



Politechnika Śląska
Wydział Automatyki Elektroniki i Informatyki
Kierunek: Automatyka i Robotyka sem.3



Gliwice
Rok akademicki 2007/2008
Semestr zimowy

Metody Numeryczne

Laboratorium

Ćw.2 : Całkowanie numeryczne

Wykonali:

Adam DZIENDZIEL
Adrian BIELEC

Grupa 4 Sekcja 1

Data odbycia ćwiczenia:
09.11.07



```
#include<iostream>
#include<math.h>
#include<conio.h>
#include<stdlib.h>
using namespace std;

float funkcja(float x)
{
    float y=0;

    //y=-x/4+7;
    //y=(x*x)/2-3x+8;
    //y=5/x;
    //y=exp(x);
    //y=sin(x);
    y=x*x*sin(x)+6;

    return y;
}

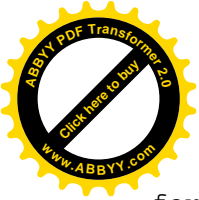
float czytaj()
{
    float x;
    while(!(cin>>x))
    {
        cin.clear();
        cin.ignore(1000, '\n');
    }
    return x;
}

int main()
{
    int n,i,k,s,krok;
    float *tabxi;
    float calka,calka1,rc,a,b,h,eps,wartoscanal;

    cout<<"podaj dolna granice calkowania >>> ";
    a=czytaj();
    cout<<"podaj gorna granice calkowania >>> ";
    b=czytaj();
    cout<<endl<<endl;

    //wartoscanal=29.375;
    //wartoscanal=24.6666666666;
    //wartoscanal=14.16606672;
    //wartoscanal=4.451491687;
    //wartoscanal=1.451432568;
    wartoscanal=46.6800767949;

    eps=1.0;
```



```
for(k=1;k<=5;k++)
{
    eps=eps/10;
//wzór prostokątów
    cout<<"Zadana dokladnosc obliczen : "<<eps<<endl;

    n=2;
    tabxi=(float*)malloc(n*sizeof(float));
    calka=0;
    krok=0;
    do
    {
        krok++;
        calka=0;
        h=(b-a)/n;
        for(i=0;i<=n;i++)
        {
            tabxi[i]=a+i*h;
        }
        for(i=1;i<=n;i++)
        {
            calka=calka+h*funkcja(tabxi[i]);
        }
        rc=fabs(calka-calka1);
        calka1=calka;
        n=n*2;
        tabxi=(float*)realloc(tabxi,(n+1)*sizeof(float));
        if(krok==21) {rc=eps/10.0; krok=0;}
    }while(rc>eps);

    cout<<"Wynik >>> "<<calka<<endl;
    cout<<"ilosc krokow >>> "<<krok<<endl;
    cout<<"blad >>> "<<fabs(calca-wartoscanal);
//wzór trapezów
    n=2;
    tabxi=(float*)malloc(n*sizeof(float));
    calka1=0;
    krok=0;
    do
    {
        krok++;
        calka=0;
        h=(b-a)/n;
        for(i=0;i<=n;i++)
        {
            tabxi[i]=a+i*h;
        }
        for(i=1;i<=n;i++)
        {
            calka=calka+(h/2.0)*(funkcja(tabxi[i])+funkcja(tabxi[i-1]));
        }
        rc=fabs(calca-calka1);
        calka1=calca;
        n=n*2;
        tabxi=(float*)realloc(tabxi,(n+1)*sizeof(float));
        if(krok==21) {rc=eps/10.0; krok=0;}
    }while(rc>eps);

    cout<<"Wynik >>> "<<calca<<endl;
    cout<<"ilosc krokow >>> "<<krok<<endl;
    cout<<"blad >>> "<<fabs(calca-wartoscanal);
```



```
//wzór simpsona

cout<<endl<<endl<<"Wzor simpsona:"<<endl<<endl;

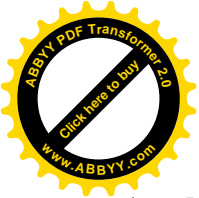
n=2;
tabxi=(float*)malloc(n*sizeof(float));
calkal=0;
krok=0;
do
{
    krok++;
    calka=0;
    h=(b-a)/n;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        tabxi[i]=a+i*h;
    }
    for(i=2;i<=n;i=i+2)
    {
        calka=calka+(h/3.0)*(funkcja(tabxi[i-2])+4*funkcja(tabxi[i-1])+funkcja(tabxi[i]));
    }
    rc=fabs(calka-calkal);
    calkal=calka;
    n=n*2;
    tabxi=(float*)realloc(tabxi,(n+1)*sizeof(float));
    if(krok==21) {rc=eps/10.0; krok=0;}
}while(rc>eps);

cout<<"Wynik >>> "<<calka<<endl;
cout<<"ilosc krokow >>> "<<krok<<endl;
cout<<"blad >>> "<<fabs(calka-wartoscнал);

}

getch();

}
```

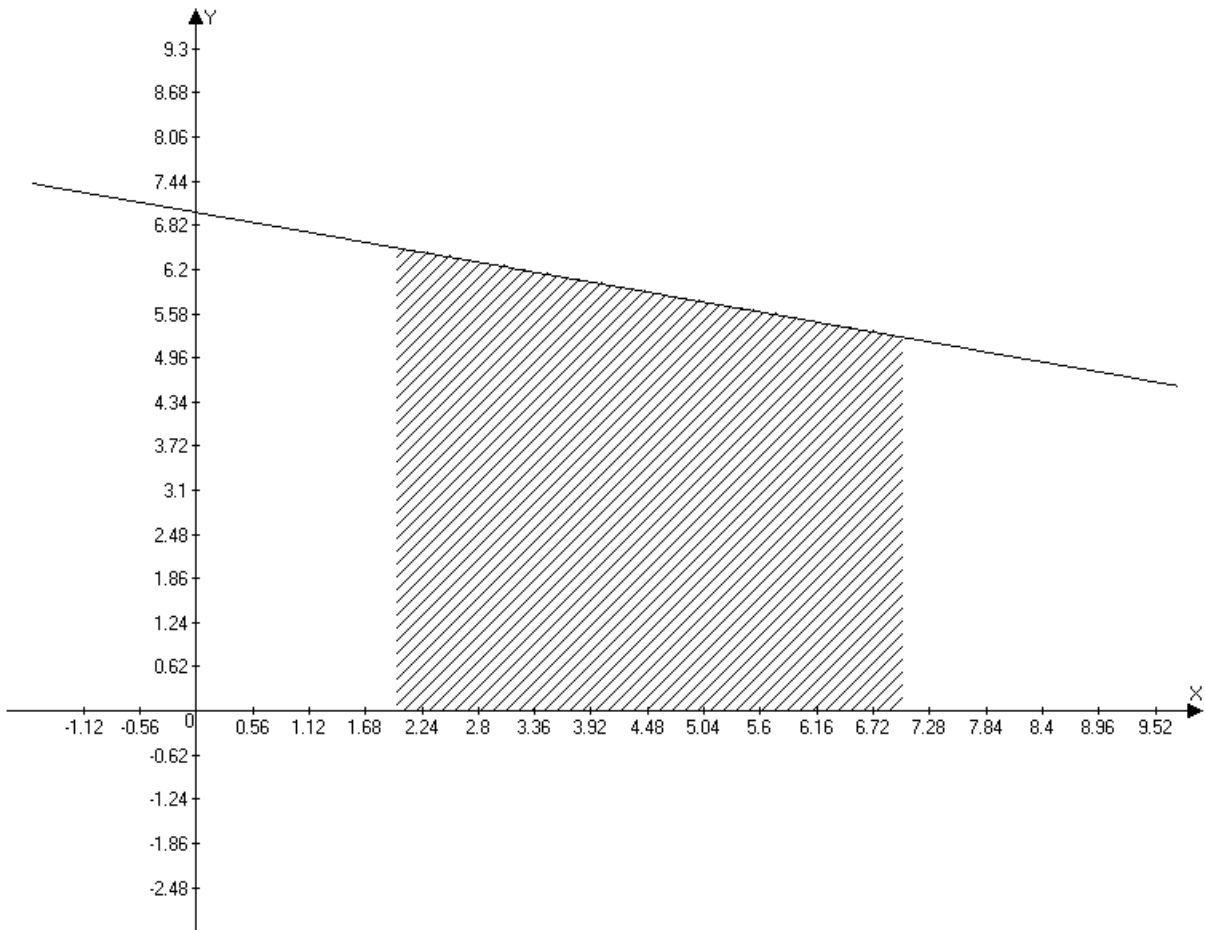


Analiza wyników obliczeń powyższego programu:

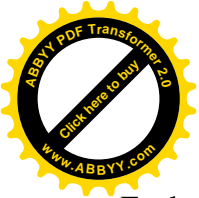
Funkcja I

$$\int_2^7 -\frac{1}{3}x + 7 dx = \int_2^7 -\frac{1}{8}x^2 + 7x = 29.375$$

Interpretacja geometryczna:



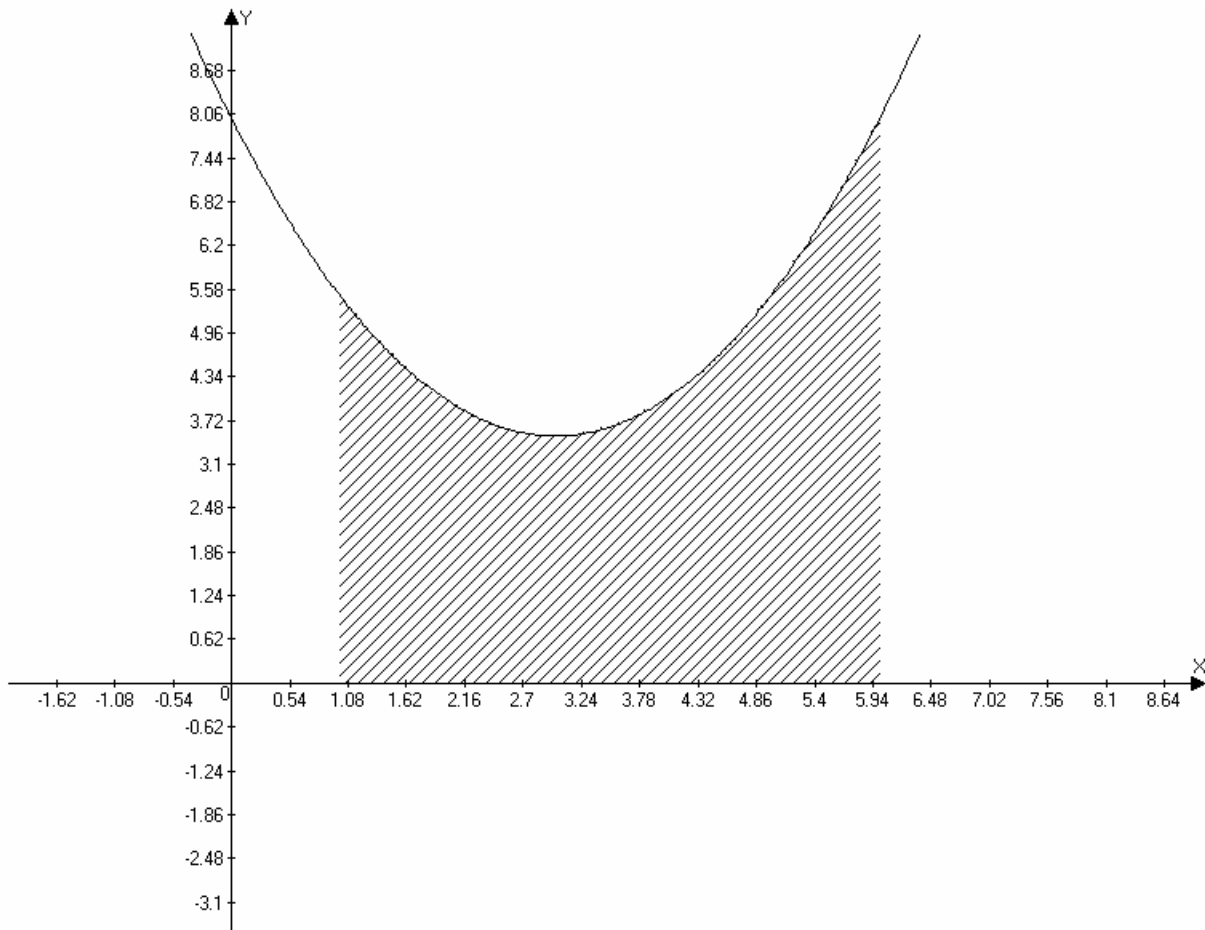
Zadana dokładność obliczeń	Metoda prostokątów			Metoda trapezów			Metoda Simpsona		
	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń
0.1	5	29.2773	0.0976563	2	29.375	0	2	29.375	0
0.01	9	29.369	0.00598907	2	29.375	0	2	29.375	0
0.001	12	29.3743	0.000736237	2	29.375	0	2	29.375	0
0.0001	15	29.3749	0.000110626	2	29.375	0	2	29.375	0
0.00001	> 20	29.4681	0.0930996	2	29.375	0	2	29.375	0



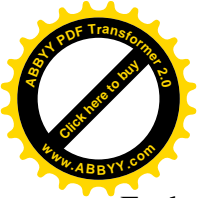
Funkcja II

$$\int_3^7 \frac{1}{2}x^2 - 3x + 8 dx = \int_3^7 \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8x = 24. (6)$$

Interpretacja geometryczna:



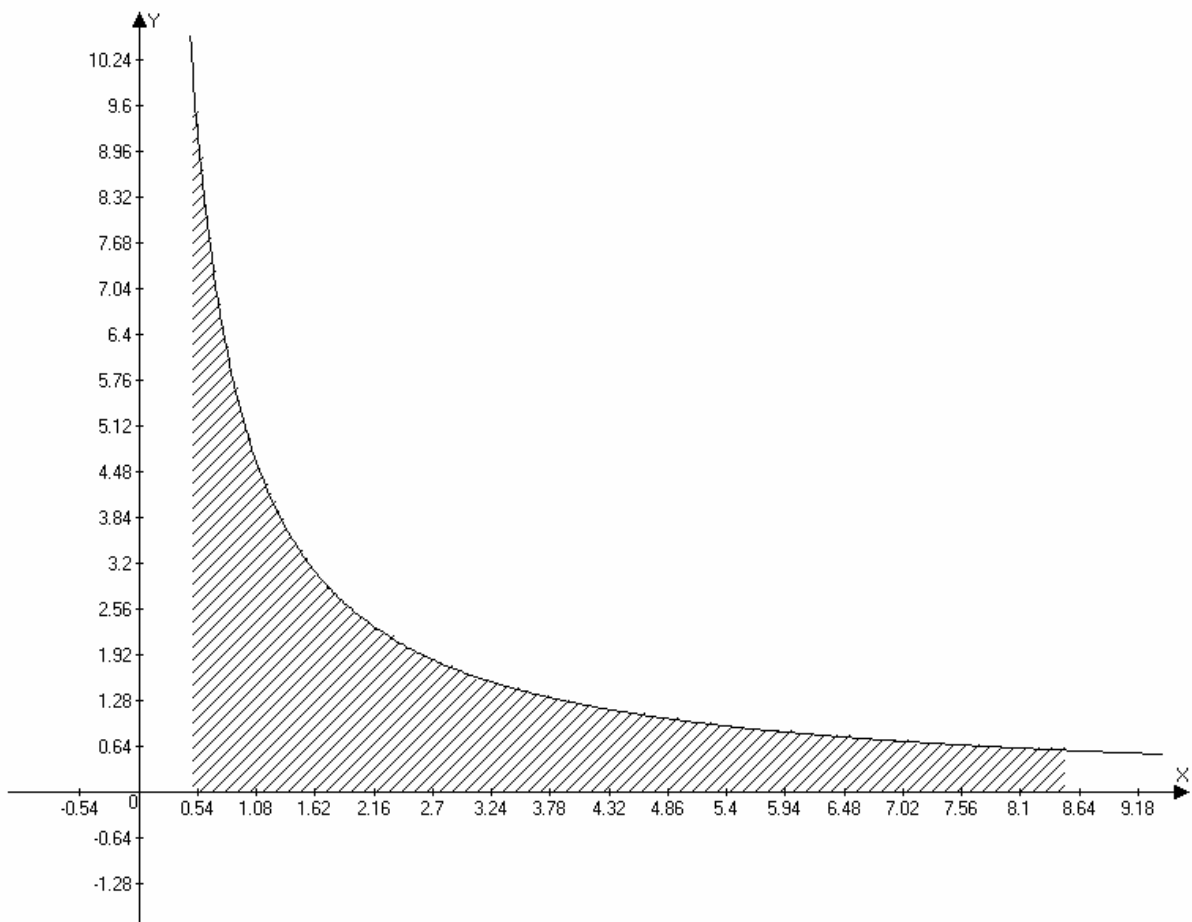
Zadana dokładność obliczeń	Metoda prostokątów			Metoda trapezów			Metoda Simpsona		
	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń
0.1	8	24.7292	0.062582	4	24.6875	0.020834	2	24.6667	0
0.01	11	24.6745	0.0078411	6	24.668	0.001302	2	24.6667	0
0.001	15	24.6672	0.0004920	7	24.667	0.000326	2	24.6667	0
0.0001	> 20	24.6519	0.0147381	9	24.6667	3.2x10⁻⁵	2	24.6667	0
0.00001	> 20	24.6519	0.0147381	9	24.6667	1.2x10⁻⁵	2	24.6667	0



Funkcja III

$$\int_{0.5}^{8.5} \frac{5}{x} dx = \int_{0.5}^{8.5} 5 \ln|x| = 14.16606672$$

Interpretacja geometryczna:



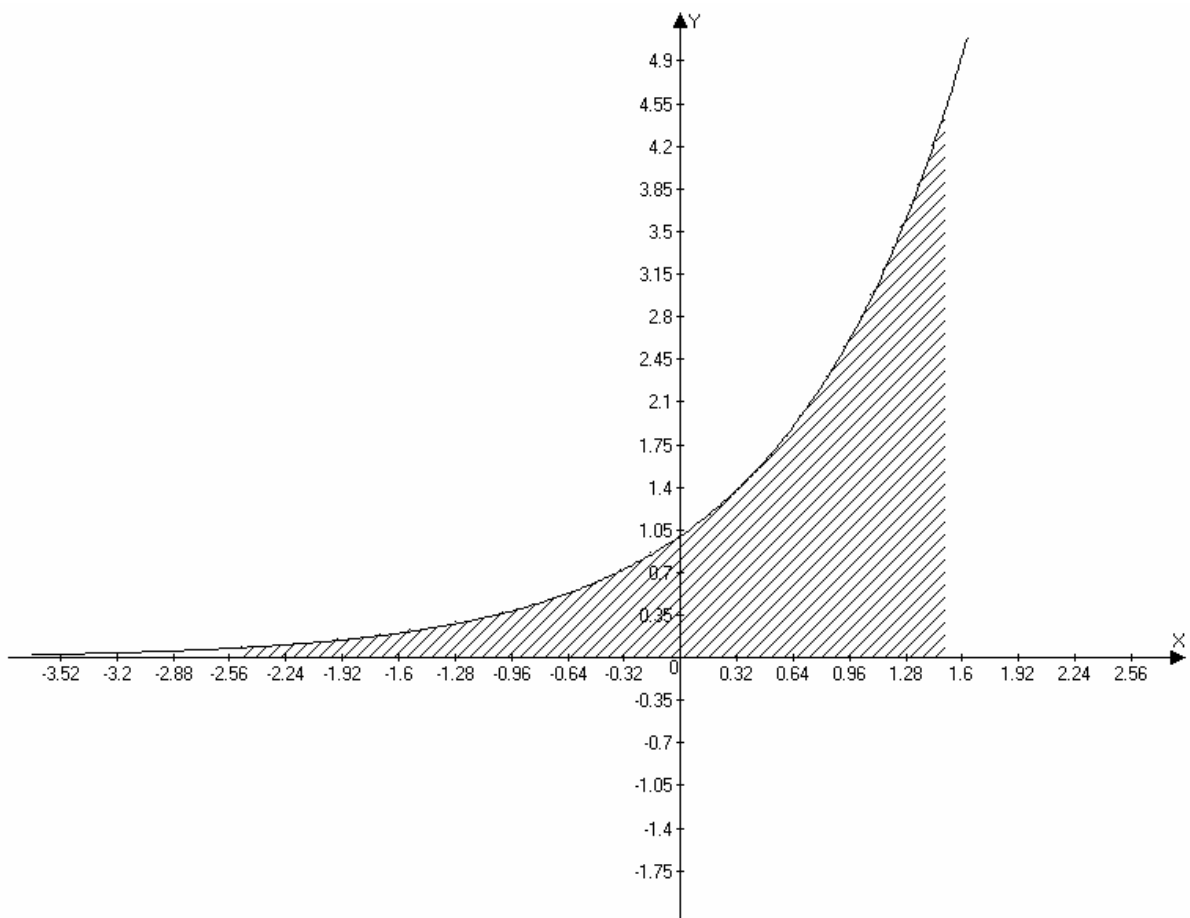
Zadana dokładność obliczeń	Metoda prostokątów			Metoda trapezów			Metoda Simpsona		
	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń
0.1	9	14.0929	0.07312	6	14.1919	0.025794	5	14.1731	0.0070571
0.01	12	14.1569	0.00918	8	14.1677	0.001615	6	14.1666	0.0005722
0.001	16	14.1655	0.00057	10	14.1662	0.000115	7	14.1661	3.91x10⁻⁵
0.0001	> 20	14.1812	0.01509	11	14.1661	4.3x10⁻⁵	8	14.1661	6.67x10⁻⁵
0.00001	> 20	14.1812	0.01509	13	14.1661	1.4x10⁻⁵	9	14.1661	1.04x10⁻⁵



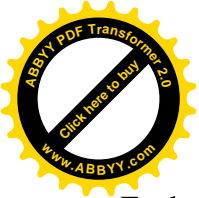
Funkcja IV

$$\int_{-3.5}^{1.5} e^x dx = \int_{-3.5}^{1.5} e^x = 4.45149168$$

Interpretacja geometryczna:



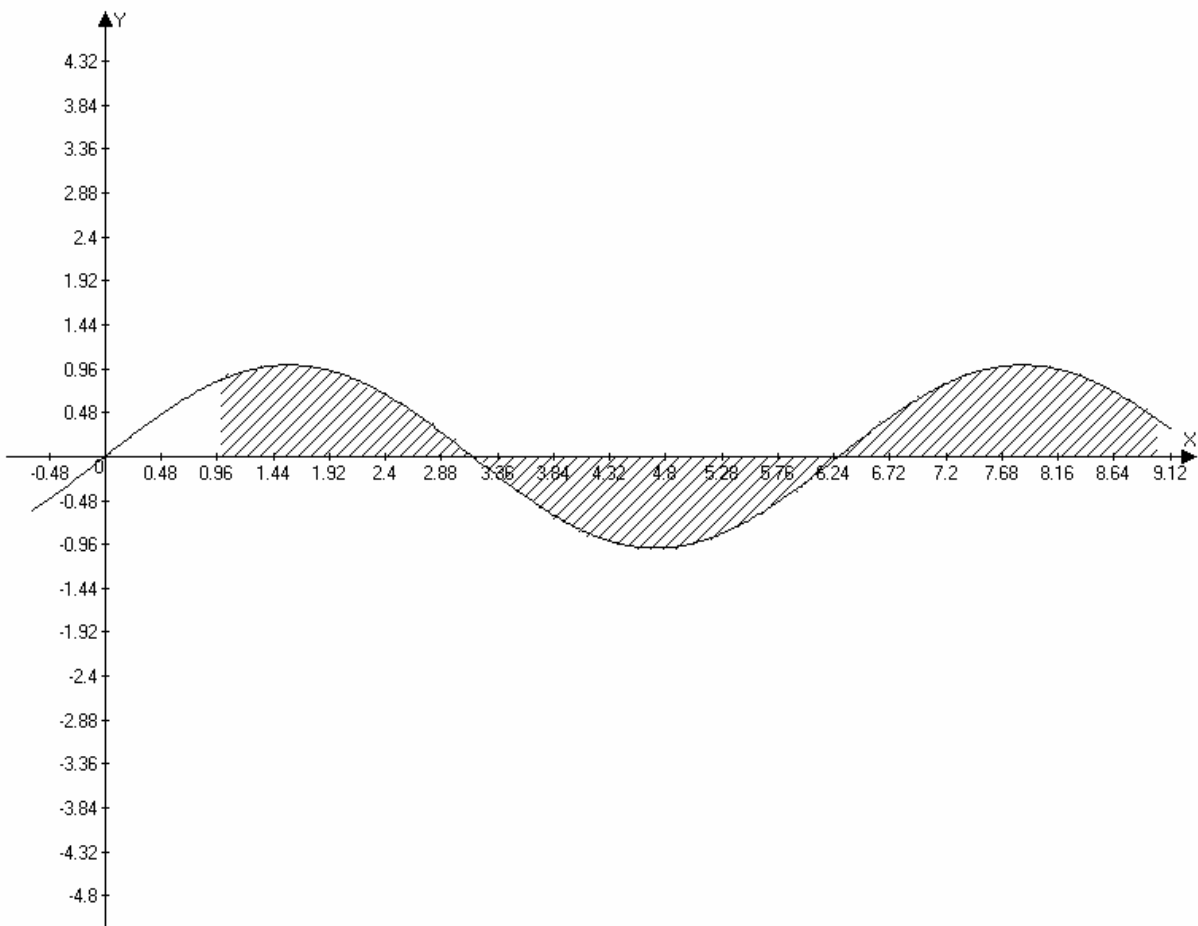
Zadana dokładność obliczeń	Metoda prostokątów			Metoda trapezów			Metoda Simpsona		
	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń
0.1	7	4.539	0.0875	5	4.46054	0.009052	3	4.4551	0.0036048
0.01	11	4.45693	0.0054	6	4.45376	0.002263	4	4.45173	0.0002331
0.001	14	4.45217	0.00067	8	4.45163	0.000141	5	4.45151	1.43x10⁻⁵
0.0001	17	4.45157	0.00064	10	4.4515	9.5x10⁻⁶	6	4.45149	9.53x10⁻⁷
0.00001	> 20	4.45087	0.00061	11	4.4515	4.2x10⁻⁶	7	4.45149	4.76x10⁻⁷



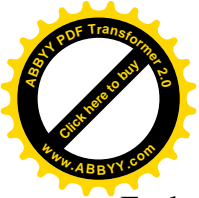
Funkcja V

$$\int_1^9 \sin(x) dx = \int_1^9 -\cos(x) = 1.451432568$$

Interpretacja geometryczna:



Zadana dokładność obliczeń	Metoda prostokątów			Metoda trapezów			Metoda Simpsona		
	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń
0.1	5	1.3902	0.0612	4	1.4210	0.03036	4	1.45195	0.00051939
0.01	8	1.4446	0.0068	6	1.4495	0.00189	4	1.45195	0.00051939
0.001	11	1.4505	0.0008	8	1.4513	0.00011	5	1.45146	3.170x10⁻⁵
0.0001	15	1.4513	0.0004	9	1.4514	3x10⁻⁵	6	1.45143	1.788x10⁻⁵
0.00001	> 20	1.45153	0.0001	11	1.45143	2x10⁻⁶	7	1.45143	0

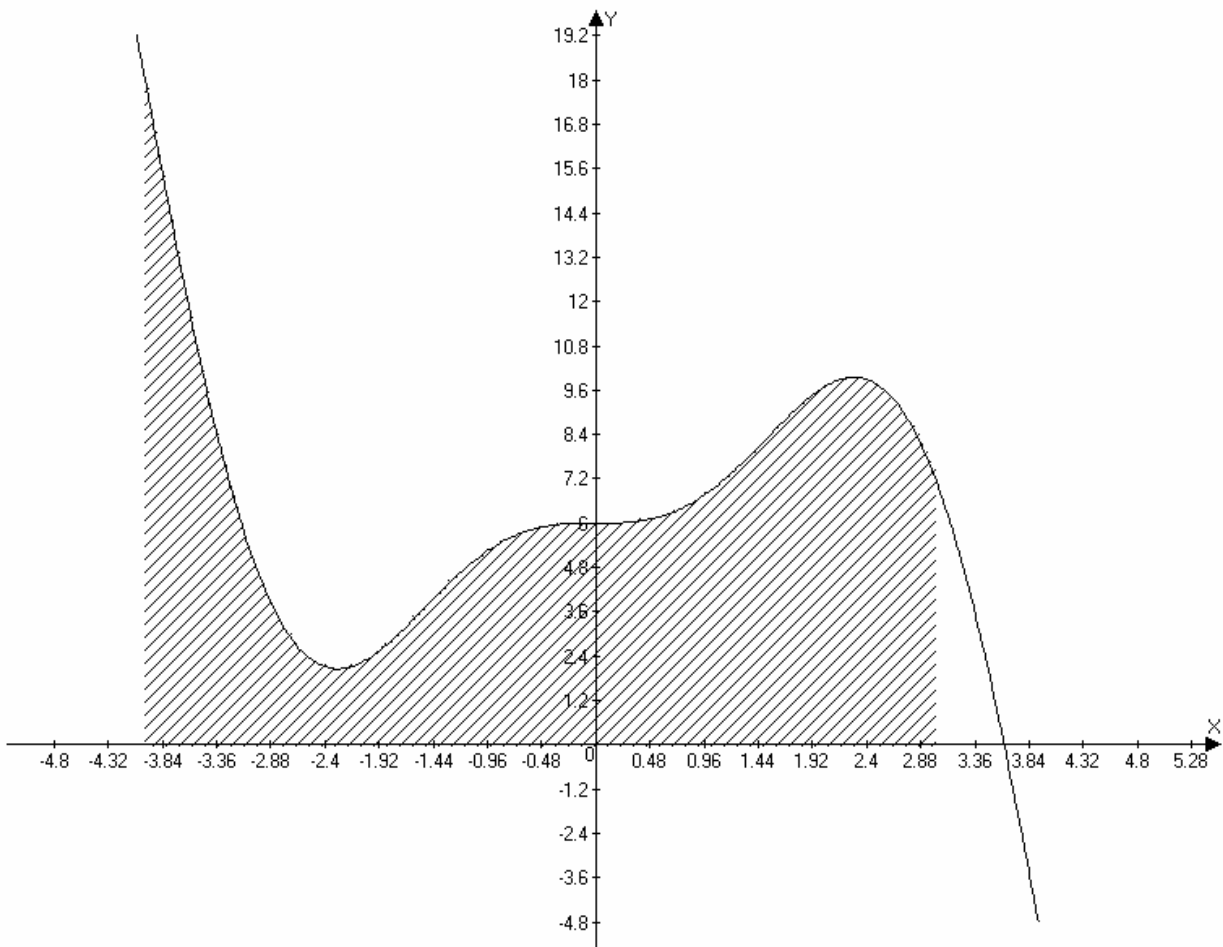


Funkcja VI

$$\int_{-4}^3 x^2 \sin(x) + 6 dx = \int_{-4}^3 x^2 \sin(x) dx + \int_{-4}^3 6 dx = \left| \begin{array}{l} v = x^2 \dots u' = \sin(x) \\ v' = 2x \dots u = -\cos(x) \end{array} \right| =$$

$$\int_{-4}^3 -x^2 \cos(x) + 2(x \sin(x) + \cos(x)) + \int_{-4}^3 6x = 46.6800767949$$

Interpretacja geometryczna:



Zadana dokładność obliczeń	Metoda prostokątów			Metoda trapezów			Metoda Simpsona		
	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń	Ilość kroków	Wynik obliczeń	Błąd obliczeń
0.1	9	46.6061	0.0739	6	46.6885	0.00844	4	46.6749	0.00514221
0.01	12	46.6709	0.0092	7	46.6822	0.00211	5	46.6798	0.00031662
0.001	16	46.6782	0.0018	9	46.6802	0.00013	6	46.6801	2.288x10⁻⁵
0.0001	> 20	46.7456	0.06549	10	46.6801	3x10⁻⁵	7	46.6801	7.629x10⁻⁶
0.00001	> 20	46.7456	0.06549	12	46.6801	2x10⁻⁵	8	46.6801	0